INSTITUCIÓN EDUCATIVA JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO VÉLEZ

“semillero de nuestra población, orgullo de nuestra Antioquia, manojo de enseñanza, paz y amor”

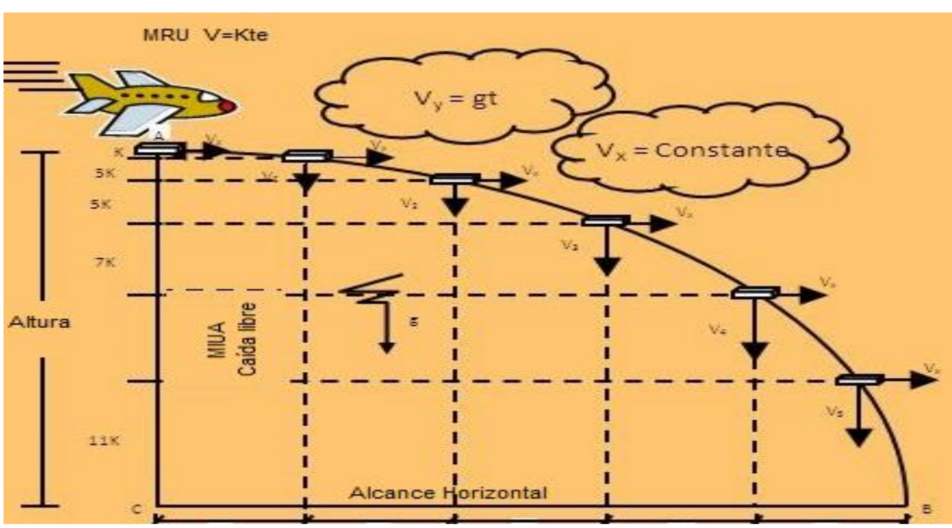
GUÍA NÚMERO 2.

Movimiento en el plano: Movimiento semiparabólico, parabólico y circular uniforme.

Ya hemos estudiado el movimiento de los cuerpos a lo largo de una trayectoria rectilínea y analizamos 2 tipos de ellos: El primero el que se produce con velocidad constante llamado movimiento rectilíneo uniforme y el que se produce con velocidad variable y aceleración constante llamado Movimiento uniformemente acelerado.

Iniciamos a estudiar los movimientos que se presentan cuando un cuerpo está sometido a más de un movimiento, por ejemplo: El barco que se desplaza por la acción del motor y del viento que sopla o el del nadador que atraviesa un río.

MOVIMIENTO SEMIPARABÓLICO: Es aquel movimiento que adquiere un cuerpo cuando se lanza horizontalmente desde cierta altura cerca de la superficie de la tierra.



Las ecuaciones del movimiento semiparabólico se obtienen utilizando el principio de independencia de los movimientos en los ejes horizontal y vertical.

La ecuación general es

$X = V_o t$

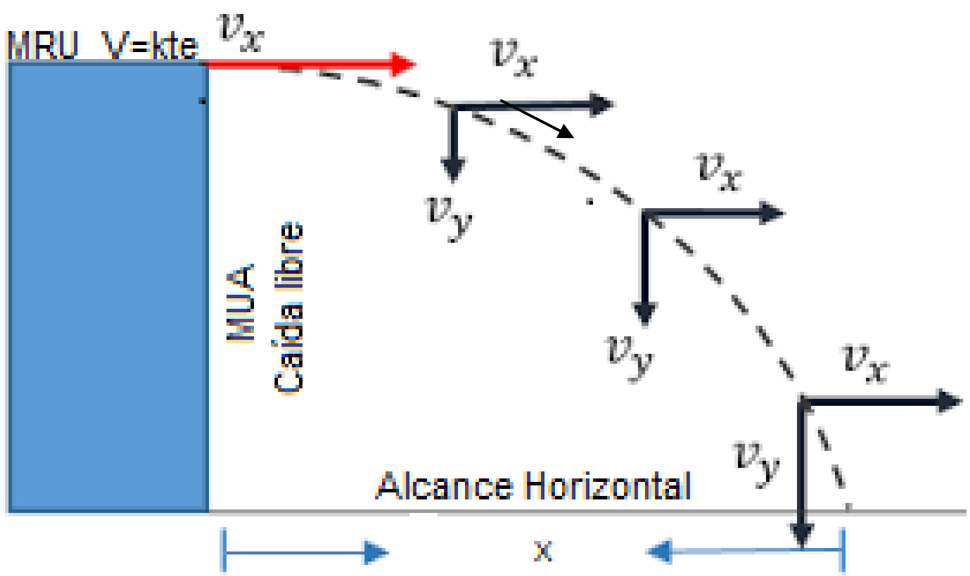
De donde X es el alcance horizontal.

V_o es la velocidad del movimiento rectilíneo uniforme. Es decir, la velocidad con la que inicia el movimiento cuando es lanzado desde la superficie horizontal.

t es tiempo de caída libre.

Este tiempo se consigue de la expresión:

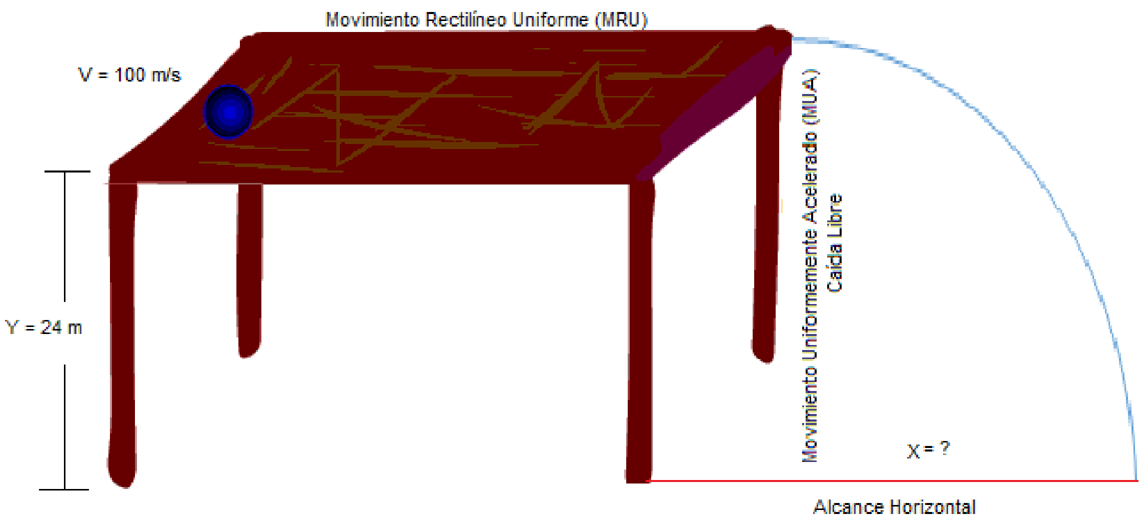
$Y = \frac{gt^2}{2}$ que fue una de las ecuaciones vistas en la temática anterior.



Ejemplo: Una esfera es lanzada horizontalmente desde una altura de 24 m con velocidad inicial de 100 m/s. Calcular:

a) El tiempo que dura la esfera en el aire,
b) El alcance horizontal del proyectil.

c) La velocidad con que la esfera llega al piso.



$X = V_o\, t$

Solución:

Para solucionarlo primero miramos los datos que tenemos:

$V_o = 100$ m/s

$Y = 24$ m

$g = 10$ m/seg^2

También miramos que es lo que debemos encontrar en este caso las incógnitas son:

$t_v = ?$

X =?

V =?

El tiempo que demora la esfera en el aire depende exclusivamente de la altura a la cual está.

De la ecuación Y = $V_o + \frac{gt^2}{2}$ como la velocidad inicial tiene un valor de 0 m/s entonces la cancelamos y nos queda:

Y = $\frac{gt^2}{2}$ despejamos t en esta ecuación y obtenemos:

$\frac{2y}{g} = t^2$, si sacamos raíz cuadrada a ambos lados, nos queda:

$\sqrt{\frac{2y}{g}}$ = t, ahora reemplazamos los datos así:

$\sqrt{\frac{2(24m)}{10m/s^2}}$ = t Hacemos operaciones obteniendo:

Hacemos la multiplicación y nos queda:

$\sqrt{\frac{48m}{10m/s^2}}$ = t

Ahora, Realizamos la división correspondiente, cancelamos unidades y obtenemos:

$\sqrt{4.8s^2}$ = t Por último sacamos raíz cuadrada en el miembro izquierdo de la igualdad y obtenemos el tiempo así:

2,19 s = t Este es el tiempo que dura la esfera en el aire.

El alcance horizontal de la esfera, depende del tiempo que ésta permanece en el aire y de la velocidad horizontal con que se lanzó.

Para hallar el alcance horizontal utilizamos la ecuación:

$X = V_o t.$

Si reemplazamos los datos y nos queda:

$X = 100$ m / s (2.19 s).

Hacemos la multiplicación y obtenemos:

X = 219 m. Que corresponde al máximo alcance horizontal de la esfera.

La velocidad que posee la esfera cuando llega al suelo, es la suma de las velocidades horizontal y vertical en ese instante.

En X la velocidad es constante, por lo tanto:

$V_x = V_o = 100$ m/s

En y la velocidad se calcula con la expresión:

$V_y = V_o + gt$ Como la velocidad inicial es 0 m/s entonces nos queda:

$V_y = gt.$

Reemplazamos los datos y obtenemos:

$V_y = (10 m/s^2)(2.19 s)$

Haciendo las operaciones nos queda:

$V_y = 21,9$ m/s.

Ahora por teorema de Pitágoras Hallamos la velocidad de caída.

$V_r = \sqrt{Vx^2 + Vy^2}$ Reemplazando nos quedaría:

$V_r = \sqrt{(100\text{ m/s})^2 + (21{,}9\text{ m/s})^2}$

Elevamos al cuadrado cada término así:

$V_r = \sqrt{10000\text{ m}^2/\text{s}^2 + 479{,}71\text{ m}^2/\text{s}^2}$

Realizamos la suma

$V_r = \sqrt{10\,479{,}71\text{ m}^2/\text{s}^2}$

Sacamos raíz cuadrada y nos resulta:

V_r = 102,37 m/s. Correspondiente a la velocidad con la cual la esfera cae al piso.

Actividad 1: Resolver las siguientes situaciones problema:

1. Un proyectil es lanzado desde horizontalmente desde una altura de 36 metros con velocidad de 40 m/s. Calcular:
   a) El tiempo que dura el proyectil en el aire.
   b) El alcance horizontal del proyectil.
   c) La velocidad que posee el proyectil al llegar al piso.

2. Desde el borde de una mesa se lanza horizontalmente un cuerpo con velocidad de 15 m/s y a una altura de 1.5 metros. Hallar:

   a) El tiempo que dura el proyectil en el aire.
   b) El alcance horizontal del proyectil.
   c) La velocidad que posee el proyectil al llegar al piso.

3. Desde un bombardero que viaja con una velocidad horizontal de 420 km/h a una altura de 3500 m se suelta una bomba con el fin de explotar un objetivo que está situado sobre la superficie de la tierra. ¿Cuántos metros antes de llegar al punto exactamente encima del objetivo debe ser soltada la bomba, para dar en el blanco?

4. Una pelota sale rodando del borde de una mesa de 1.25 metros de altura. Si cae al suelo en un punto situado a 2 metros del pie de la mesa. ¿Qué velocidad llevaba la pelota al salir de la mesa?

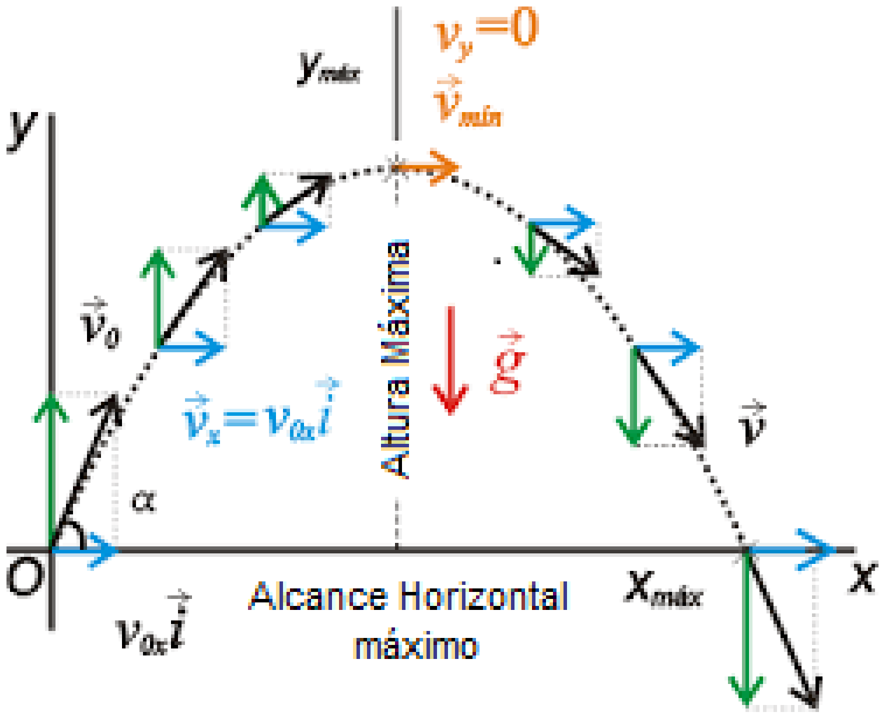
5. Un avión que vuela horizontalmente a una altura de 2 km y con una velocidad de 700 km/h, sufre una avería al desprendérsele un motor.

   a) ¿Qué tiempo tarda el motor en llegar al suelo?
   b) ¿Cuál es su alcance horizontal?
   c) ¿Con qué velocidad cae el motor en llegar al piso?

MOVIMIENTO PARABÓLICO.

Un cuerpo posee movimiento parabólico cuando se lanza cerca de la superficie terrestre formando cierto ángulo con la horizontal.

En la siguiente gráfica se pueden observar los puntos de la trayectoria de un proyectil a iguales intervalos de tiempo, aplicando el principio de independencia de los movimientos, se puede ver como el movimiento de la componente horizontal es con velocidad constante porque en esta dirección no actúa ninguna aceleración y el movimiento de la componente vertical es uniformemente acelerado porque en esta dirección actúa la aceleración de la gravedad.



La trayectoria de un cuerpo con movimiento parabólico depende de la velocidad de lanzamiento y su alcance horizontal se logra cuando el ángulo de lanzamiento es de 45°

Algunas de las ecuaciones utilizadas en este movimiento son:

Y máx. = $\dfrac{Vo^2 \operatorname{sen}^2\theta}{2g}$

X máx. = $\dfrac{Vo^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g}$

$t_V = \dfrac{2\,Vo \ \operatorname{sen}\ \theta}{g}$

De donde:

Y máx. es la altura máxima alcanzada por el proyectil

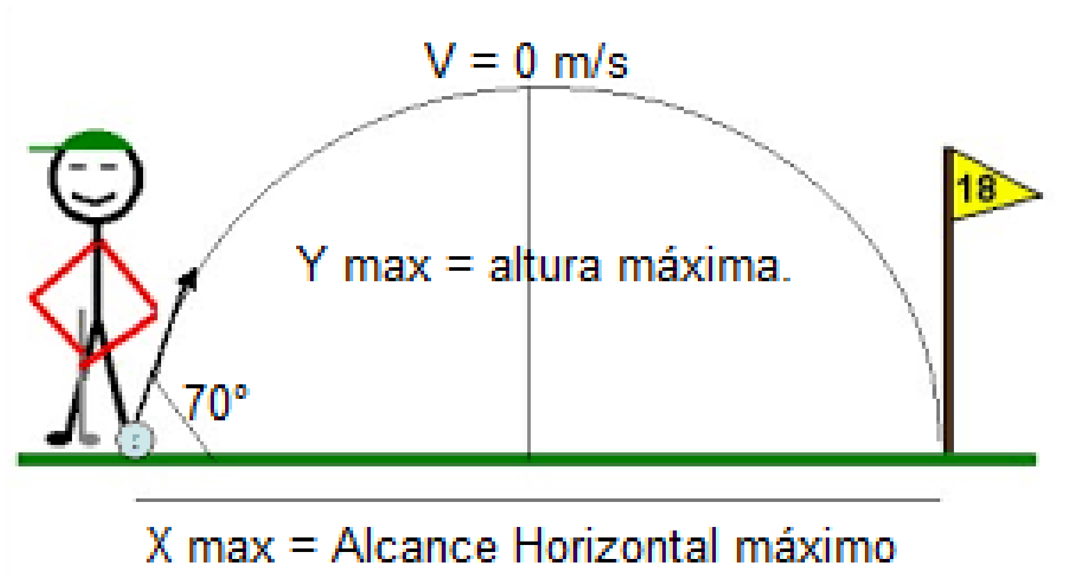
V_o corresponde a la velocidad de lanzamiento.

θ Es el ángulo de inclinación

g es la aceleración gravitacional.

X máx. Corresponde al máximo alcance horizontal del proyectil.

t_v Hace alusión al tiempo que dura el proyectil en el aire.



Es bueno tener en cuenta que aunque $\operatorname{sen}^2\theta$ y $\operatorname{sen} 2\theta$ se parecen, son bastante diferentes, en la primera $\operatorname{sen}^2\theta$ se le saca la función seno al ángulo de inclinación y se eleva al cuadrado y en la segunda $\operatorname{sen} 2\theta$ se multiplica por 2 el ángulo de inclinación y luego se le saca la función seno.

Veamos ahora un ejemplo que le ayudará a entender mejor este movimiento y lo que interviene en el.

Ejemplo:

Desde el piso un cazador, lanza una flecha con un ángulo de 60° sobre la superficie de la tierra y con una velocidad de 15 m/s. Calcular:

a) La altura máxima que alcanza la flecha.
b) El tiempo que dura la flecha en el aire,
c) El alcance horizontal de la flecha.

Solución: primero veamos los datos que tenemos:

V_o = 15 m/s

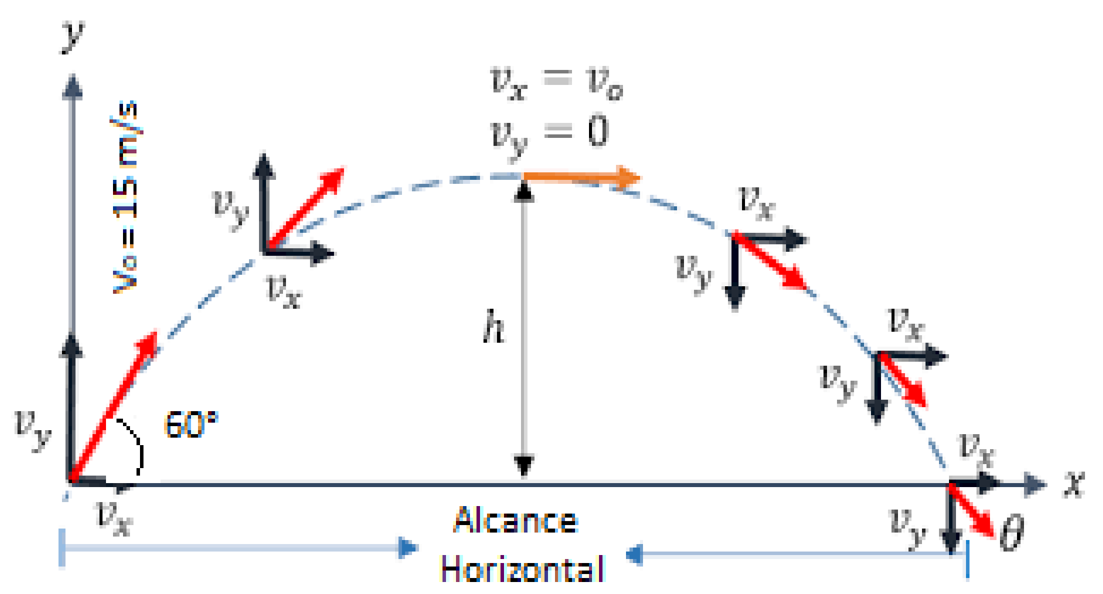
θ = 60°

g= 10 m/s^2

Y nos están preguntando:

Y máx. ?, X máx.? , t_V?

Ahora hacemos una representación gráfica para ilustrar mejor el problema.



Utilicemos entonces las ecuaciones pertinentes para resolver el problema.

Esta es la ecuación para hallar la altura máxima

$$Y\ \text{máx.} = \frac{Vo^2\,\text{sen}^2\theta}{2g}.$$

Reemplazamos los datos en la ecuación

$$Y\ \text{máx.} = \frac{(15\text{m/s})^2\,\text{sen}^2\,60°}{2(10m/s^2)}.$$

Elevamos al cuadrado

$$Y\ \text{máx.} = \frac{225\text{m}^2/\text{s}^2\,(\text{sen}\,60°)^2}{20m/s^2)}$$

Hallamos el seno de 60°

$$Y\ \text{máx.} = \frac{225\text{m}^2/\text{s}^2\,(0{,}86)^2}{20m/s^2)}.$$

Elevamos al cuadrado el seno de 60°

$$Y\ \text{máx.} = \frac{225\text{m}^2/\text{s}^2\,(0{,}73)}{20m/s^2)}$$

Realizamos la multiplicación

$$Y\ \text{máx.} = \frac{164{,}25\text{m}^2/\text{s}^2}{20m/s^2)}$$

Dividimos, cancelamos unidades y finalmente nos queda:

Y máx. = 8,21 m. Esta es la altura máxima alcanzada por la flecha.

Ahora, utilizamos esta ecuación para hallar el alcance máximo horizontal.

$$X\ \text{máx.} = \frac{Vo^2\,\text{sen}\,2\,\theta}{g}.$$

Reemplazamos los datos en la ecuación

X máx. = $\dfrac{(15 m/s)^2 \text{ sen } 2(60°)}{10 m/s^2}$.Multiplicamos el ángulo dado por 2

X máx. = $\dfrac{225 m^2/s^2 \text{ (sen } 120°)}{10 m/s^2)}$

Hallamos el seno de 60°

X máx. = $\dfrac{225 m^2/s^2 \text{ } (0{,}86)}{10 m/s^2)}$

Realizamos la multiplicación

X máx. = $\dfrac{193{,}5 m^2/s^2}{10 m/s^2)}$.

Finalmente hacemos la división, cancelamos unidades y obtenemos:

X máx. = 19,35 m. Que corresponde al máximo alcance horizontal.

Utilizamos esta ecuación para hallar el tiempo que dura la flecha en el aire.

$t_{V} = \dfrac{2 \text{ Vo sen } \theta}{g}$

reemplazamos los datos en la ecuación

$t_{V} = \dfrac{2 \text{ } (15 m/s) \text{ sen } 60°}{10 m/s^2}$

Hacemos la multiplicación

$t_{V} = \dfrac{30 \text{ m/s (sen } 60°)}{10 m/s^2}$

Hallamos el seno de 60°

$$t_v = \frac{30\ \text{m/s}\ (0{,}86)}{10m/s^2}$$

Realizamos la multiplicación

$$t_v = \frac{25{,}8\ \text{m/s}}{10m/s^2)}.$$

Finalmente dividimos, cancelamos unidades y obtenemos:

t_v = 2,58 s. que corresponde al tiempo que dura la flecha en el aire.

Actividad 2: Basados en el ejemplo anterior, resolver las siguientes situaciones problema.

1. Un bateador golpea la pelota con un ángulo de 30° y le proporciona una velocidad de 20 m/s.
   a) ¿Cuánto tarda la pelota en llegar el suelo?
   b) ¿A qué distancia del bateador cae la pelota?
   c) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por la pelota?

2. Un cañón dispara un proyectil con una velocidad inicial de 350 m/s y un ángulo de inclinación de 45°. Calcular:
   a) La altura máxima que alcanza el proyectil.
   b) El tiempo que dura el proyectil en el aire.
   c) El alcance horizontal del proyectil.

3. Un jugador de tejo lanza una pelota con un ángulo de 35° y es recogida 6 segundos más tarde. qué velocidad le proporcionó el bateador a la pelota?

4. Un motociclista desea atravesar un riachuelo de 12 metros de ancho, utilizando la pequeña pendiente que hay en una de sus orillas.
    a) ¿Qué velocidad debe llevar la moto en el momento en que salta?
    b) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?

5. Un cazador acostado en el piso lanza un proyectil con un ángulo de 60° y una velocidad de 30 m/s.
    a) ¿Cuánto tarda el proyectil en llegar al piso?
    b) ¿A qué distancia del cazador cae el proyectil?
    c) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por el proyectil?

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)

El movimiento Circular Uniforme corresponde al movimiento de un cuerpo cuando describe una circunferencia con rapidez constante.

La trayectoria que sigue el móvil es una circunferencia, la velocidad cambia continuamente de dirección siempre tangente a la trayectoria, pero la rapidez es constante o sea, la magnitud de la velocidad conserva siempre el mismo valor.

En este movimiento trabajaremos las siguientes ecuaciones:

Frecuencia (f): f = $\frac{n}{t}$, Corresponde al número de vueltas que da el cuerpo en la unidad de tiempo, Se simboliza con la letra f y sus unidades son vueltas/segundo, revoluciones por minuto (rpm) o revoluciones por segundo (r.p.s), operacionalmente la unidad de frecuencia es s^{-1} ó lo que es lo mismo $\frac{1}{s}$.

Período (T): T = $\frac{t}{n}$, hace alusión al tiempo que emplea el móvil en dar una sola vuelta, se simboliza con la letra T y su unidad es el segundo.

Velocidad lineal o Tangencial (V_t): $V_t = \frac{2\pi r}{T}$ o también $V_t = w\ r$, correspondiente a la velocidad lineal de una partícula que describe un MCU es un vector tangente a la trayectoria. Su magnitud se obtiene, calculando el arco recorrido en la unidad de tiempo es radio y t es período.

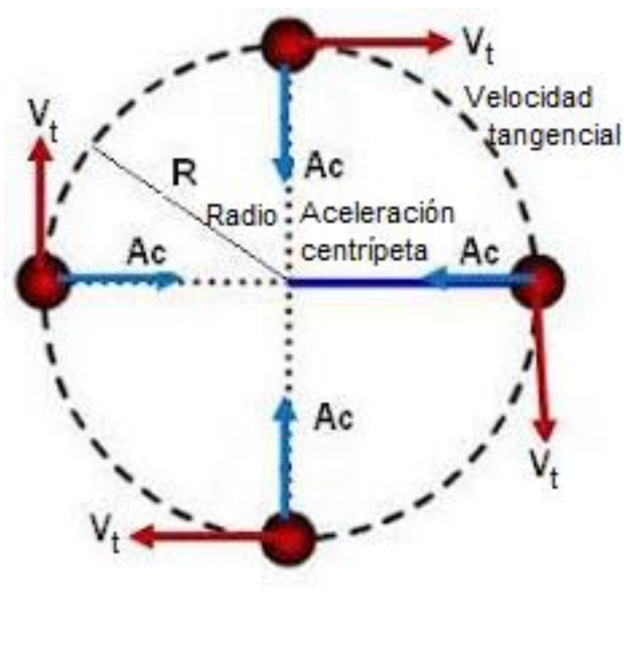
Velocidad Angular (W): Corresponde al ángulo barrido en la unidad de tiempo. Cuando el ángulo barrido es un ángulo giro, el tiempo que emplea es un período.

$W = \frac{2\pi}{T}$

Aceleración centrípeta (Ac): Aparece en el MCU debido a la variación en la dirección de la velocidad. ²

$Ac = \frac{Vt^2}{r}$ Donde V_t es velocidad tangencial o lineal y r es el radio ; o También

$Ac = w^2 r$ donde w es Velocidad angular y r es radio.

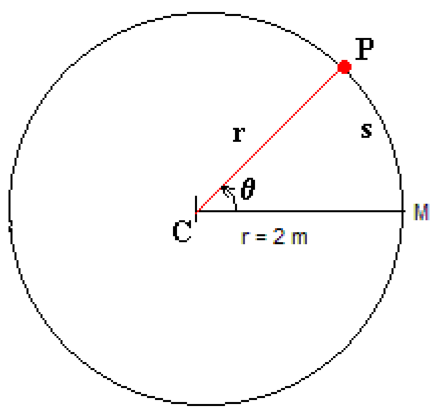


Ejemplo: Un móvil recorre una pista circular de 2 metros de radio dando 60 vueltas cada 20 segundos. Hallar:

a) El período.
b) La frecuencia
c) La Velocidad angular
d) La velocidad tangencial
e) La aceleración centrípeta.

Solución:

Para empezar, hacemos una representación gráfica del problema:



Ahora miramos los datos que tenemos:

n=60 vueltas

t=20 segundos

r=2m

y lo que debemos encontrar

T=?, f=?, w=?, T=?, T_v =?, Ac =?,

Comencemos hallando el período

T = $\frac{t}{n}$

Reemplazamos los datos y obtenemos:

T = $\frac{20s}{60v}$

Hacemos la división y nos queda:

T= 0,33 s Correspondiente al tiempo que se demora el móvil en darle una vuelta completa a la circunferencia.

Ahora hallamos la frecuencia

f = $\frac{n}{t}$

Si reemplazamos los datos en la ecuación nos queda:

f = $\frac{60v}{20s}$

Hacemos la división y nos da

f = 3 v/s Que corresponde al número de vueltas dadas por el móvil en 1 segundo.

Luego encontramos la velocidad angular

W = $\frac{2\pi}{T}$

Reemplazando en la ecuación el valor del período y obtenemos:

W = $\frac{2\pi}{0.33s}$

Dividendo nos da:

$W = 6{,}06\ \pi$ rad/s

Hallamos la velocidad tangencial que es la misma velocidad lineal con la ecuación:

$$V_t = \frac{2\pi r}{T}$$

Reemplazamos el valor de π que es 3,14 y los valores del radio y el período así:

$$V_t = \frac{2(3{,}14)(2m)}{0{,}33s}$$

Hacemos la multiplicación del numerador y nos da:

$$V_t = \frac{12{,}56m}{0{,}33s}$$

Ahora hacemos la división y obtenemos:

V_t = 38,06 m/s que corresponde a la velocidad tangencial

Finalmente encontramos la aceleración centrípeta con la ecuación:

$$Ac = \frac{Vt^2}{r}$$

Reemplazamos los datos de la velocidad tangencial y el radio y nos queda así:

$$Ac = \frac{(38{,}06m/s)^2}{2m}$$

Elevamos al cuadrado resultando

$$Ac = \frac{(38{,}06m/s)^2}{2m}$$

$$Ac = \frac{1448{,}56\ m^2/s^2}{2m}$$

Dividimos, cancelamos unidades y nos resulta:

Ac = 724,28 m/s². Correspondiente a la aceleración centrípeta.

Actividad 3: Basados en el ejemplo anterior, resolver las siguientes situaciones problema.

1. Un auto recorre una pista circular de 180 m de radio y da 24 vueltas cada 6 minutos. Calcular:

a) El período.
b) La frecuencia
c) La Velocidad angular
d) La velocidad tangencial
e) La aceleración centrípeta.

2. Una rueda de automóvil da 240 vueltas en 1 minuto. Calcular:

a) El período.
b) La frecuencia
c) La Velocidad angular

3. Una rueda que tiene 4,5 m de diámetro, realiza 56 vueltas en 8 segundos. Calcular:

a) El período.
b) La frecuencia
c) La Velocidad angular
d) La velocidad tangencial
e) La aceleración centrípeta.

4. La hélice de un avión da 1280 vueltas en 64 segundos. Calcular:

a) El período.
b) La frecuencia
c) La Velocidad angular

d) La velocidad tangencial
e) La aceleración centrípeta.

5. Un móvil da 35 vueltas cada 4 segundos a una pista circular de 3 metros de radio. Hallar:
   a) La frecuencia
   b) La Velocidad angular
   c) La velocidad tangencial
   d) La aceleración centrípeta.

Actividad 4: Hacer un mapa conceptual comparativo que detalle las características de los movimientos semiparabólico, parabólico y circular uniforme con sus respectivas aplicaciones.

NOTA: No olvides mirar los videos que están descargados tanto en el blog como en classroom o también puedes acceder a ellos con los siguientes enlaces:

https://www.youtube.com/watch?v=OYa-OazhkK8&list=PL3KGq8pH1bFSH33aCvkGNdrjn1yXNSG5a&t=0s

https://www.youtube.com/watch?v=OrSeFM4eXpU&list=PL3KGq8pH1bFSH33aCvkGNdrjn1yXNSG5a&index=58

https://www.youtube.com/watch?v=t4AD6ip4RZE&list=PL3KGq8pH1bFSH33aCvkGNdrjn1yXNSG5a&index=60

Éxitos. Luz Dary